



QUANPIN ZHINENGZUOYE

智能作业

高中数学⁷

选择性必修第三册

RJB

主编：肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

- 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。
- 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。
- 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、探索新颖题目



特点二 不断进行复习巩固，对常见题型进行总结

- 素养测评滚动——对知识进行阶段测评，验收每一阶段学习成果
- 热点题型探究——题型方法全面概括，解析本章热点题型

▼ 素养测评卷

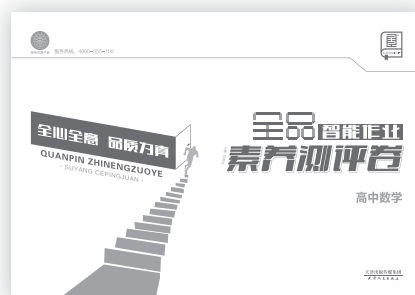
单元素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

阶段素养测评卷

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末



**精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，
助力同步高效学习！**

CONTENTS

全品智能作业·数学 RJB

05

第五章 数列

5.1 数列基础	01
5.1.1 数列的概念	01
5.1.2 数列中的递推	03
5.2 等差数列	05
5.2.1 等差数列	05
第1课时 等差数列的定义和通项公式 / 05	第2课时 等差数列的性质 / 07
5.2.2 等差数列的前 n 项和	09
第1课时 等差数列的前 n 项和公式 / 09	第2课时 等差数列的前 n 项和的性质及其应用 / 11
❖ 素养测评滚动(一) [范围 5.1~5.2]	13
5.3 等比数列	15
5.3.1 等比数列	15
第1课时 等比数列的定义和通项公式 / 15	第2课时 等比数列的性质 / 17
5.3.2 等比数列的前 n 项和	19
第1课时 等比数列的前 n 项和公式 / 19	第2课时 等比数列的前 n 项和的性质及其应用 / 21
❖ 素养测评滚动(二) [范围 5.3]	23
❖ 热点题型探究(一)	25
• 题型1 等差数列与等比数列的性质 / 25	• 题型2 求数列的通项公式的方法 / 25
• 题型3 数列求和的方法 / 26	
5.4 数列的应用	27
5.5 数学归纳法	30

06

第六章 导数及其应用

6.1 导数	31
6.1.1 函数的平均变化率	31

6.1.2 导数及其几何意义	33
6.1.3 基本初等函数的导数	35
6.1.4 求导法则及其应用	37
☛ 素养测评滚动(三) [范围 6.1]	39
6.2 利用导数研究函数的性质	41
6.2.1 导数与函数的单调性	41
第 1 课时 利用导数判断函数的单调性 / 41	第 2 课时 导数与函数单调性的应用 / 43
6.2.2 导数与函数的极值、最值	45
第 1 课时 利用导数研究函数的极值 / 45	第 2 课时 利用导数研究函数的最值 / 47
☛ 素养测评滚动(四) [范围 6.2]	49
6.3 利用导数解决实际问题	51
6.4 数学建模活动:描述体重与脉搏率的关系	54
☛ 热点题型探究(二)	56

- 题型 1 利用导数研究函数的单调性、极值、最值问题 / 56
- 题型 2 函数图象与导函数图象的关系 / 56
- 题型 3 利用导数研究恒成立问题 / 57
- 题型 4 利用导数研究不等式问题 / 57
- 题型 5 利用导数研究方程的根(或函数的零点) / 58

■ 参考答案	59
--------------	----

◆ 素养测评卷 ◆

阶段素养测评卷(一)	卷 1	单元素养测评卷(二) A	卷 11
阶段素养测评卷(二)	卷 3	单元素养测评卷(二) B	卷 13
单元素养测评卷(一)	卷 5	模块素养测评卷(一)	卷 15
阶段素养测评卷(三)	卷 7	模块素养测评卷(二)	卷 17
阶段素养测评卷(四)	卷 9	参考答案	卷 19

5.1 数列基础

5.1.1 数列的概念

基础夯实篇

1. 下列有关数列的说法中正确的是 ()

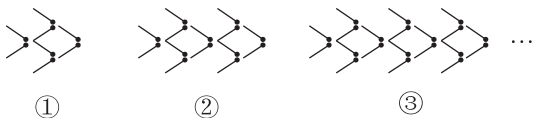
- ① 数列 $1, 2, 3$ 可以表示成 $\{1, 2, 3\}$;
- ② 数列 $-1, 0, 1$ 与数列 $1, 0, -1$ 是相同的数列;
- ③ 数列 $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ 的第 $k-1 (k \geq 2)$ 项是 $\frac{1}{k-1}$;
- ④ 数列中的每一项都与它的序号有关.

- A. ①② B. ③④
C. ①③ D. ②④

2. 已知数列 $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots, \sqrt{2n+1}, \dots$, 则 7 是这个数列的 ()

- A. 第 20 项 B. 第 21 项
C. 第 22 项 D. 第 24 项

3. 用火柴棒摆“金鱼”，如图所示.



按照上面的规律，摆第 n 个“金鱼”需要火柴棒的根数为 ()

- A. $6n-2$ B. $8n-2$
C. $6n+2$ D. $8n+2$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 6n - 4$, 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 2^n$, 则在数列 $\{a_n\}$ 的前 100 项中与数列 $\{b_n\}$ 中的项相等的有 ()

- A. 5 项 B. 6 项
C. 34 项 D. 50 项

5. (多选题) 已知 $n \in \mathbf{N}^*$, 下列能作为数列 $0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ 的通项公式的是 ()

- A. $a_n = \begin{cases} 0, & n \text{ 为奇数,} \\ 1, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$
B. $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$
C. $a_n = \frac{1 + \cos n\pi}{2}$
D. $a_n = \left| \sin \frac{n\pi}{2} \right|$

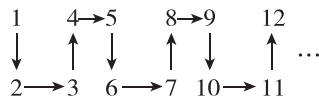
6. (多选题) 在下面四个数列中, 既是无穷数列又是递增数列的是 ()

- A. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$
B. $\sin \frac{1}{7}\pi, \sin \frac{2}{7}\pi, \sin \frac{3}{7}\pi, \dots, \sin \frac{n}{7}\pi, \dots$
C. $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, -\frac{1}{2^{n-1}}, \dots$
D. $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{n}, \dots$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前三项依次为 $2, 2, 3, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = pn^2 + qn + r$, 则 $a_{2024} =$ _____.

素养提能篇

8. 若把正整数按如图所示的规律排列, 则从 2024 到 2026 的箭头方向依次为 ()

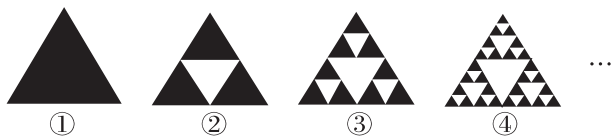


- A. $\downarrow \rightarrow$ B. $\rightarrow \downarrow$
C. $\uparrow \rightarrow$ D. $\rightarrow \uparrow$

9. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论, 主要用于解释我国传统文化中的太极衍生原理, 数列中的每一项都代表太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和. 已知该数列的前 10 项是 $0, 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50$, 则大衍数列(设为 $\{a_n\}$) 中奇数项满足的关系式可以为 ()

- A. $a_n = \frac{n^2 - n}{2} (n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}^*)$
B. $a_n = \frac{n^2 - 1}{2} (n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}^*)$
C. $a_n = \frac{(n-1)^2}{2} (n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}^*)$
D. $a_n = \frac{n^2}{2} (n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}^*)$

10. 如图是谢尔宾斯基三角形,在所给的四个三角形图案中,黑色小三角形的个数构成数列 $\{a_n\}$ 的前4项,则 $\{a_n\}$ 的通项公式可以是 ()



- ① ② ③ ④ ...
- A. $a_n = 3^{n-1}$ B. $a_n = 2n - 1$
C. $a_n = 3^n$ D. $a_n = 2^{n-1}$

11. 若数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = (-1)^{n+2024}a$, $b_n = 2 + \frac{(-1)^{n+2025}}{n}$, 且 $a_n < b_n$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $[-2, 1)$ B. $[-2, \frac{3}{2})$
C. $[-1, \frac{1}{2})$ D. $[-1, 1)$

12. 已知 $\{x_n\}$ 是递增数列, 且 $x_n \geq 0$, 则关于数列 $\{x_n\}$, 对任意的正整数 p, q , 下列结论不可能成立的是 ()

- A. $x_{pq} = px_q + qx_p$ B. $x_{p+q} = px_q + qx_p$
C. $x_{pq} = x_p + x_q - 1$ D. $x_{p+q} = 2x_px_q$

13. (多选题) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n + \frac{1}{n}$ ($n \in \mathbf{N}_+$), 则下列说法中正确的是 ()

- A. $\{a_n\}$ 是无穷数列 B. $\{a_n\}$ 是递增数列
C. $\{a_n\}$ 不是常数列 D. $\{a_n\}$ 中有最大项

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$, 则 $\sqrt{10} - 3$ 是此数列的第 _____ 项.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{9n^2 - 9n + 2}{9n^2 - 1}$.

- (1) 求这个数列的第 20 项.
(2) $\frac{95}{103}$ 是不是该数列中的项? 为什么?
(3) 求证: 数列中各项的值都在区间 $(0, 1)$ 内.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n(n-8) - 20$, $n \in \mathbf{N}_+$, 请回答下列问题:

- (1) 若 $a_n < 0$, 求 n 的最大值.
(2) 数列 $\{a_n\}$ 从第几项开始递增?
(3) 数列 $\{a_n\}$ 中的项有无最小值? 若有, 求出最小值; 若无, 请说明理由.

思维训练篇

17. 已知数列 $\{a_n\}$ ($0 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n, n \geq 3$) 具有性质 P : 对任意 i, j ($1 \leq i \leq j \leq n$), $a_j + a_i$ 与 $a_j - a_i$ 两数中至少有一个是该数列中的一项. 则下列说法错误的是 ()

- A. 数列 $0, 1, 3$ 具有性质 P
B. 数列 $0, 2, 4, 6$ 具有性质 P
C. 若数列 $\{b_n\}$ 具有性质 P , 则 $b_1 = 0$
D. 若数列 c_1, c_2, c_3 ($0 \leq c_1 < c_2 < c_3$) 具有性质 P , 则 $c_1 + c_3 = 2c_2$

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的乘积, 且 $a_1 = 3, T_n^2 = a_n^{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = ka_n - n$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 为递增数列, 求实数 k 的取值范围.

5.1.2 数列中的递推

基础夯实篇

- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n-1} = \frac{6}{2a_n + 1} (n \geq 2)$, 则 $a_3 =$ ()
 A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{6}{5}$
 C. $\frac{30}{17}$ D. $\frac{5}{2}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则数列 $\{a_n\}$ 不满足的递推关系式是 ()
 A. $a_n = a_{n-1} + 2 (n \geq 2)$
 B. $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} (n \geq 3)$
 C. $2(a_n - 2) = a_{n-1}(a_n - a_{n-1}) (n \geq 2)$
 D. $a_n = 2a_{n-1} (n \geq 2)$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 ()
 A. $a_n = 2n$
 B. $a_n = 2n - 1$
 C. $a_n = 3n - 2$
 D. $a_n = \begin{cases} 1, & n=1, \\ 2n, & n \geq 2 \end{cases}$
- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} = a_{n+2} - a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $a_1 = 2, a_2 = 5$, 则 $a_5 =$ ()
 A. -3 B. -11
 C. -5 D. 19
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足对任意 $m, n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $a_m - a_n = 2(n - m)$ 成立, 且数列 $\{a_n\}$ 的前 8 项和 $S_8 = 0$, 则 $a_1 =$ ()
 A. 6 B. 5
 C. 8 D. 7
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = (n-1)2^n + 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
- 已知 $f(x) = \frac{1}{1+x}, x > 0$, 各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+2} = f(a_n)$. 若 $a_{1010} = a_{1012}$, 则 $a_{2024} + a_5 =$ _____.

素养提能篇

- 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{2n} = a_{2n-1} + a_{2n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则称 $\{a_n\}$ 为“Y 型数列”, 则下列数列不可能是“Y 型数列”的是 ()
 A. $-1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, \dots$
 B. $1, 2, 1, 3, 5, 2, 3, \dots$
 C. $0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots$
 D. $2, 1, -1, 0, 1, 2, 1, \dots$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = (3n - 19) \cdot 5^n$, 则当 S_n 最小时, n 的值为 ()
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 = 2, a_n = (n+2)(a_{n+1} - a_n)$, 则 $a_{2024} =$ ()
 A. 1012 B. 1013
 C. 2023 D. 2024
- 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = \frac{3}{3n-13}, n \in \mathbf{N}^*$, 则下列说法中正确的是 ()
 A. a_n, S_n 都有最小值
 B. a_n, S_n 都有最大值
 C. a_n, S_n 都无最小值
 D. a_n, S_n 都无最大值
- (多选题) 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{2} \leq \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 2 (n \in \mathbf{N}^*)$, 则称 $\{a_n\}$ 是“紧密数列”. 若 $\{a_n\} (n=1, 2, 3, 4)$ 是“紧密数列”, 且 $a_1 = 1, a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = x, a_4 = 4$, 则 x 的值可以是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. $\frac{7}{2}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{3}, a_n = \frac{2n-3}{2n+1} a_{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 a_1 是正整数, 且 $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & a_n \text{ 为偶数,} \\ 3a_n + 1, & a_n \text{ 为奇数,} \end{cases} n \in \mathbf{N}^*$, 若 $a_1 + a_2 + a_3 = 2023$, 则 a_1 的所有可能取值的和为 _____.

思维训练篇

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{6}{7}$, $a_{n+1} =$

$$\begin{cases} 2a_n, 0 \leq a_n < \frac{1}{2}, \\ 2a_n - 1, \frac{1}{2} \leq a_n < 1, \end{cases} \quad \text{求 } a_{2024} + a_{2025} \text{ 的值.}$$

16. 已知各项均不为 0 的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$,
 $a_n a_{n-1} = a_{n-1} - a_n (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{a_n\}$
 的通项公式.

17. (多选题) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = m (m \text{ 为正整$

$$\text{数}), a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} (a_n \text{ 为偶数}), \\ 3a_n + 1 (a_n \text{ 为奇数}). \end{cases} \quad \text{若 } a_6 = 1, \text{ 则}$$

m 的取值可以为 ()

- A. 4 B. 5
 C. 6 D. 32

18. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$,
 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 恒成立, 且 $f(1) = 2$,
 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3, a_n = f(n) (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

5.2 等差数列

5.2.1 等差数列

第1课时 等差数列的定义和通项公式

基础 夯实篇

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=a_n+6$, 则 $a_5=$ ()
A. 25 B. 30
C. 32 D. 64
2. 已知等差数列 $40, 37, 34, \dots$, 则这个数列的第6项是 ()
A. 28 B. 25
C. 24 D. 22
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为4, 公差为3的等差数列, 若 $a_n=2023$, 则 n 的值为 ()
A. 671 B. 673
C. 674 D. 675
4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项为 $a-1, a+1, 2a+1$, 则此数列的通项公式为 ()
A. $a_n=2n-5$
B. $a_n=2n-3$
C. $a_n=2n-1$
D. $a_n=2n+1$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{n+2}-\frac{a_n}{n+1}=1(n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_2=3$, 则 $a_{2025}=$ ()
A. 2024 B. 2025
C. 2024^2-1 D. 2025^2-1
6. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1$, 公差 $d=6$, 在 $\{a_n\}$ 中相邻两项之间都插入 k 个数, 使它们和原数列的数一起构成一个新的等差数列 $\{b_n\}$, 则下列说法正确的有 ()
A. $a_n=6n-5$
B. 当 $k=2$ 时, $b_n=2n-1$
C. 当 $k=2$ 时, b_{19} 不是数列 $\{a_n\}$ 中的项
D. 当 $k=6$ 时, b_8 是数列 $\{a_n\}$ 中的项
7. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $\sqrt{a_{n+1}}=\sqrt{a_n}+\sqrt{2}, a_1=8$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

素养 提能篇

8. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则下列数列不一定是等差数列的是 ()
A. $\{|a_n|\}$
B. $\{a_{n+1}-a_n\}$
C. $\{pa_n+q\}$ (p, q 为常数)
D. $\{2a_n+n\}$
9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{2\pi}{3}$, 集合 $S=\{y|y=\sin a_n, n \in \mathbf{N}^*\}$, 若 $S=\{a, b\}$, 则 $ab=$ ()
A. -1 B. $-\frac{1}{2}$
C. 0 D. 1
10. 在 $1, 2, 3, \dots, 2024$ 这2024个自然数中将能被2除余1, 且被3除余1的数按从小到大的次序排成一列, 构成数列 $\{a_n\}$, 则 $a_{50}=$ ()
A. 289 B. 295
C. 301 D. 307
11. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为1, 公差为 d ($d \in \mathbf{N}^*$), 若61是该数列中的一项, 则公差 d 的值可能为 ()
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
12. (多选题) 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1=1, a_2=\frac{1}{2}, \frac{2}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{a_{n+2}}(n \in \mathbf{N}^*)$, 则下列说法正确的是 ()
A. $\{a_n\}$ 是等差数列 B. $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是等差数列
C. $a_n=\frac{1}{n}$ D. $a_n=n$
13. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}+a_n=6n+1(n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_1+a_6=$ _____.
14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a , 公差为 b ($a, b \in \mathbf{N}^*$), 且 $a_2 < ab < a_3$, 写出一个满足条件的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式:_____.

思维训练篇

15. 已知成等差数列的四个数之和为 26, 第二个数和第三个数之积为 40, 求这四个数.

17. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 若数列 $\{2a_1a_n\}$ 为递减数列, 则 ()

- A. $d < 0$ B. $d > 0$
C. $a_1d < 0$ D. $a_1d > 0$

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{5}$, 且当 $n > 1, n \in \mathbf{N}^*$

时, 有 $\frac{a_{n-1}}{a_n} = \frac{2a_{n-1} + 1}{1 - 2a_n}$, 设 $b_n = \frac{1}{a_n}, n \in \mathbf{N}^*$.

- (1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列.
(2) 试问 a_1a_2 是否是数列 $\{a_n\}$ 中的项? 如果是, 求出是第几项; 如果不是, 请说明理由.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 5, a_n = 2a_{n-1} + 2^{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}_+)$.

(1) 求 a_2, a_3 的值.

(2) 是否存在实数 λ , 使得数列 $\left\{\frac{a_n + \lambda}{2^n}\right\}$ 为等差数列? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



第2课时 等差数列的性质

基础 夯实篇

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_{2024} 为方程 $x^2 - 7x + 6 = 0$ 的两个根, 则 $a_2 + a_{2023}$ 等于 ()
A. 6 B. 13
C. 7 D. 42
- 等差数列 $1, 2a, 4a^2, \dots$ 的第5项为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. 5 D. 16
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_{14} = 18, a_2 = 3$, 则 $a_{10} =$ ()
A. 10 B. 11
C. 12 D. 13
- 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则“ $\{a_n\}$ 为递增数列”是“ $a_1 < a_2$ ”的 ()
A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知某等差数列共有10项, 其奇数项之和为15, 偶数项之和为30, 则其公差 d 为 ()
A. 5 B. 4
C. 3 D. 2
- (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, 则下列说法中正确的是 ()
A. 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列
B. 数列 $\{|a_n|\}$ 是递增数列
C. 数列 $\{a_n^2\}$ 是递增数列
D. 数列 $\{a_n + 3nd\}$ 是递增数列
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{11} - a_8 = 3, a_{10} = 1$, 则使 $a_n > 0$ 成立的正整数 n 的最小值是 _____.

素养 提能篇

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, “ $k=9$ ”是“ $a_7 + a_{11} = 2a_k$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

- 已知点 $(n, a_n) (n \in \mathbf{N}^*)$ 在直线 $3x - y - 24 = 0$ 上, 则在数列 $\{a_n\}$ 中有 ()
A. $a_7 + a_9 > 0$
B. $a_7 + a_9 < 0$
C. $a_7 + a_9 = 0$
D. $a_7 \cdot a_9 = 0$

- 图①是程阳永济桥, 又名“程阳风雨桥”, 因为过往行人能够躲避风雨而得名. 已知程阳永济桥上的塔从上往下看, 其边界构成的曲线可以看作正六边形结构, 如图②所示, 设各层的正六边形的边长均为整数, 从内往外各正六边形的边长依次成等差数列, 若这四层正六边形的周长之和为156, 且图②中阴影部分的面积为 $\frac{33\sqrt{3}}{2}$, 则最外层正六边形的周长为 ()



①



②

- A. 30 B. 42
C. 48 D. 54
- (多选题) 有两个等差数列 $2, 6, 10, \dots, 190$ 和 $2, 8, 14, \dots, 200$, 将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列, 则对这个新数列的说法正确的是 ()
A. 构成的新数列是等差数列, 其公差为10
B. 构成的新数列是等差数列, 其公差为12
C. 该数列共有16项
D. 该数列共有18项
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 且 $a_2^2 = a_1 \cdot a_4$, 则 $\frac{a_1 + a_4 + a_7}{a_2 + a_5 + a_8} =$ _____.
- 已知 $(2+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots + a_nx^n$, 其中 $n \in \mathbf{N}^*$, 且 a_0, a_1, a_3 成等差数列, 则 $n =$ _____, $a_4 =$ _____.
- 已知函数 $f(x) = 2^x$, 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = 2$, 若 $f(a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}) = 4$, 则 $\log_2[f(a_1) \cdot f(a_2) \cdot f(a_3) \cdot \dots \cdot f(a_{10})] =$ _____.

思维训练篇

15. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1=3$, 公差 $d=-5$, 依次取出项的序号被 4 除余 3 的项组成数列 $\{b_n\}$.
- (1) 求 b_1 和 b_2 .
- (2) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.
- (3) 数列 $\{b_n\}$ 中的第 110 项是 $\{a_n\}$ 的第几项?

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3=12, a_2=6, \frac{1}{2a_n}$ 为 $\frac{1}{a_{n+2}}$ 与 $\frac{8}{a_n a_{n+2}}$ 的等差中项, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为 0, $a_{2024}=0$, 给定正整数 m , 使得对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ ($n < m$ 且 $m > 2$) 都有 $a_1+a_2+\cdots+a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{m-n}$ 成立, 则 m 的值为 ()
- A. 4047 B. 4046
C. 2024 D. 4048
18. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, b_n 为数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项积, 已知 $\frac{2}{S_n} + \frac{1}{b_n} = 2$.
- (1) 证明: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;
- (2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

5.2.2 等差数列的前 n 项和

第 1 课时 等差数列的前 n 项和公式

基础夯实篇

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1=1, a_5=9$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5 =$ ()
A. 15 B. 20
C. 25 D. 35
2. 已知 S_n 为各项均为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_3+a_5+a_7=tS_9$, 则 $t =$ ()
A. 3 B. $\frac{1}{3}$
C. 2 D. $\frac{2}{3}$
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_1 = S_{25}, a_3+a_8=32$, 则 $S_{16} =$ ()
A. 80 B. 160
C. 176 D. 198
4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = -6, a_9^2 = a_3 a_6$, 若该数列的前 n 项和 $S_n = 0$, 则 n 等于 ()
A. 10 B. 11
C. 12 D. 13
5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 0$, 公差 $d \neq 0, S_n$ 是其前 n 项和, 若 $a_k = S_6$, 则 $k =$ ()
A. 15 B. 16
C. 17 D. 18
6. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = 2n + 3$, 其前 n 项和 $S_n = an^2 + bn + c$ (a, b, c 为常数), 则 $a - b + c =$ _____.
7. 我国古代数学名著《九章算术》中有一道“竹九节”问题. 现有一根 9 节的竹子, 自上而下各节的容积成等差数列, 且上面 4 节的容积共 3 L, 下面 3 节的容积共 4 L, 则第 5 节的容积为 _____ L, 9 节竹子的总容积为 _____ L.

素养提能篇

8. 若 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $\frac{S_5}{5} - \frac{S_3}{3} = 2$, 则公差 d 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

9. 一百零八塔, 位于宁夏吴忠青铜峡市, 是始建于西夏时期的喇嘛式实心塔群, 是中国现存最大且排列最整齐的喇嘛塔群之一. 一百零八塔, 因塔群的塔数而得名, 塔群随山势凿石分阶而建 (如图), 由下而上逐层增高, 依山势自上而下各层的塔数分别为 1, 3, 3, 5, 5, 7, \dots , 该数列从第 5 项开始成等差数列, 则该塔群最下面三层的塔数之和为 ()



- A. 39 B. 45
C. 48 D. 51
10. 已知数列 $\{b_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 且 $b_{12}^2 - 4b_{12} = b_{2014}^2 - 4b_{2014}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 2025 项和为 ()
A. $\frac{2025}{4}$ B. $\frac{2025}{2}$
C. 2025 D. 4050
 11. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差 $d \neq 0$, 则下列等式不可能成立的是 ()
A. $a_2 + a_4 = a_6$ B. $a_2 a_8 = a_4^2$
C. $S_2 + S_4 = S_6$ D. $S_2 S_8 = S_4^2$
 12. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_{10} = 0, S_{15} = 25$, 则 ()
A. $a_5 = 0$
B. S_n 的最小值为 S_5
C. 使 $S_n < 0$ 成立的 n 的最大值为 9
D. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 的前 10 项和为 -15
 13. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为等差数列, 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 若 $(2n+3)S_n = (3n-1)T_n$, 则 $\frac{a_7+a_8+a_9}{b_6+b_{10}} =$ _____.
 14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差为 d ($d \neq 0$), 若 $\{\sqrt{S_n}\}$ 也是等差数列, 则 $\frac{a_1}{d} =$ _____.

思维训练篇

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 4n^2 - 25n$,
 $n \in \mathbf{N}^*$.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和 T_n .

16. 将数列 $\{n-8\}$ 和 $\{2n-6\}$ 的公共项从小到大排列得到数列 $\{a_n\}$,记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)求使得 $S_n > a_n$ 成立的 n 的最小值.

17. 设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, S_n 为其前 n 项和.能说明“若 $d > 0$,则数列 $\{S_n\}$ 为递增数列”是假命题的一组 a_1 和 d 的值为

18. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 = 9, a_5 + a_7 = 30$,
 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

- (1)求 a_n 及 S_n ;
(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n, \frac{1}{2}b_{n+1}, a_n$ 成等差数列,
且 $b_1 = 3$,求数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和 T_n .

第 2 课时 等差数列的前 n 项和的性质及其应用

基础 夯实篇

1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 是无穷数列, 若 $a_1 < a_2 < 0$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ()
 A. 无最大值, 有最小值
 B. 有最大值, 无最小值
 C. 有最大值, 有最小值
 D. 无最大值, 无最小值
2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 公差 $d < 0$, $a_3 + a_9 = 0$, 则当 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 最大时, $n =$ ()
 A. 5 B. 6
 C. 4 或 5 D. 5 或 6
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 若当首项 a_1 和公差 d 变化时, $a_5 + a_8 + a_{11}$ 是定值, 则下列选项中为定值的是 ()
 A. S_{17} B. S_{16}
 C. S_{15} D. S_{14}
4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 6, S_6 = 18$, 则 $S_9 =$ ()
 A. 30 B. 36 C. 40 D. 48
5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , 若 $-a_m < a_1 < -a_{m+1} (m \in \mathbf{N}^*, \text{且 } m \geq 2)$, 则 ()
 A. $S_m > 0$, 且 $S_{m+1} < 0$
 B. $S_m < 0$, 且 $S_{m+1} > 0$
 C. $S_m > 0$, 且 $S_{m+1} > 0$
 D. $S_m < 0$, 且 $S_{m+1} < 0$
6. (多选题) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_{n+1} = a_n + 1, S_5 = -35$, 则 ()
 A. $a_7 = -3$
 B. $S_8 = S_{12}$
 C. 对任意的 $n \in \mathbf{N}_+, S_n \geq S_9$ 恒成立
 D. 对任意的 $m \in \mathbf{N}_+, 3S_m + S_{3m} = 3S_{2m}$ 恒成立
7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = an^2 + bn (a, b \in \mathbf{R})$ 且 $a_2 = 3, a_6 = 11$, 则 $S_7 =$ _____.

素养 提能篇

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, S_3 = 6, S_{n-3} = 16 (n \geq 4, n \in \mathbf{N}^*), S_n = 20$, 则 n 的值为 ()
 A. 16 B. 12 C. 10 D. 8

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 \geq 3, S_5 \leq 30$, 则 a_1 的最小值是 ()
 A. -1 B. 0
 C. 1 D. 2
10. 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1 = -1, a_{n+1} = S_n \cdot S_{n+1}$, 则 $S_n =$ ()
 A. n B. $-n$
 C. $\frac{1}{n}$ D. $-\frac{1}{n}$
11. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 > 0, S_9 = -a_5$, 则使得 $S_n \geq a_n$ 成立的 n 的取值范围为 ()
 A. $1 \leq n \leq 5, n \in \mathbf{N}^*$ B. $1 \leq n \leq 9, n \in \mathbf{N}^*$
 C. $1 \leq n \leq 10, n \in \mathbf{N}^*$ D. $5 \leq n \leq 9, n \in \mathbf{N}^*$
12. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 > 0, S_{10} = S_{20}$, 则下列结论正确的是 ()
 A. $d < 0$
 B. $a_{16} < 0$
 C. $S_n \leq S_{15}$
 D. 当且仅当 $n \geq 32$ 时, $S_n < 0$
13. 已知各项不全为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_{100} = S_{104}, S_k = S_{106}$, 则 $k + S_{204} =$ _____.
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2n^2 - 10n$.
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求 S_n 的最小值.

思维训练篇

15. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_3 = 7$, _____.
 从① $S_6 = 51$; ② 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = a_{n-1} - 3$; ③ $S_5 = a_3 a_5$ 中任选一个, 补充在问题中并作答:
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最值.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_1 > 0$, $a_{2023} + a_{2024} > 0$, $a_{2023} \cdot a_{2024} < 0$, 则使 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n > 0$ 成立的 n 的最大值是 _____.
17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_b = \frac{b}{m}$, $S_m = \frac{m}{b}$ ($m, b \in \mathbf{N}_+$, $m \neq b$), 则 S_{m+b} 的取值范围是 _____.
18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + a_n = 2n$.
 (1) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若不等式 $(-1)^n \lambda < S_{2n} - 8n + 9$ 对 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

素养测评滚动(一) [范围 5.1~5.2]

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 4a_n + 3$, 且 $a_1 = 0$, 则 $a_3 =$ ()
 A. 15 B. 3
 C. 12 D. 4
2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_5 < 0$, $a_3 + a_8 > 0$, 则当 S_n 取得最小值时, $n =$ ()
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 2$, $S_{n+1} = S_n + a_n + 4$, 则 $S_{200} =$ ()
 A. 40 000 B. 60 000
 C. 80 000 D. 100 000
4. 已知首项为 2 的数列 $\{a_n\}$ 满足 $4a_{n+1} - 5a_{n+1}a_n - 2a_n = 2$, 则当 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n \geq 16$ 时, n 的最小值为 ()
 A. 40 B. 41 C. 42 D. 43
5. 若数列 $\{a_n\}$ 相邻两项的和依次构成等差数列, 则称 $\{a_n\}$ 是“邻和等差数列”. 例如, 数列 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 为“邻和等差数列”. 已知数列 $\{a_n\}$ 是“邻和等差数列”, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = 4$, 则 $S_{200} =$ ()
 A. 39 700 B. 39 800
 C. 39 900 D. 40 000
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = pn^2 + qn + r$ (p, q, r 为常数, 且 $p \neq 0, n \in \mathbf{N}^*$), 则“ $\{a_n\}$ 是等差数列”是“ $r = 0$ ”的 ()
 A. 充要条件
 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件
 D. 既不充分也不必要条件

二、多项选择题:本题共2小题,每小题6分,共12分.

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n - \sqrt{98}}{n - \sqrt{99}}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 前 n 项积为 S_n , 则下列说法正确的是 ()
 A. 当 $n = 10$ 时, a_n 取得最大值
 B. 当 $n = 9$ 时, a_n 取得最小值
 C. $\{S_n\}$ 是递减数列
 D. 当 $n = 9$ 时, S_n 取得最小值

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = -n^2 + 17n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则下列说法正确的是 ()
 A. $\{a_n\}$ 是递增数列
 B. $a_n = -2n + 18$
 C. S_n 的最大值为 $\frac{289}{4}$
 D. $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{20}| = 204$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

9. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_8 + a_{10} - 3a_9 = a_2 - 2$, 则 $S_{10} =$ _____.
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - kn$, $n \in \mathbf{N}^*$, 若 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则实数 k 的取值范围是 _____.
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_{n+1} = S_n + 2^{n+1}$, $a_1 = 2$, 则 $S_n =$ _____.

四、解答题:本题共3小题,共43分.

12. (13分) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n , 已知 $a_n \neq 0$, 且 $a_n + T_n = a_n \cdot T_n$.
 (1) 求 a_1, a_2 ;
 (2) 求 T_n .

13. (15分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2n^2 - 18n, n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 判断数列 $\{a_n\}$ 是否是等差数列? 若是, 给出证明; 若不是, 请说明理由.

(3) 求 S_n 的最小值, 并求 S_n 取最小值时 n 的值.

14. (15分) 已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $1, \sqrt{S_n}, a_n$ 成等差数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设集合 $A = \left\{ k \mid a_k = \frac{a_{n+1} a_{n+3}}{a_n}, k \in \mathbf{N}^*, n \in \mathbf{N}^* \right\}$, 求集合 A .